Resumen teórico de los conceptos necesarios para resolver el práctico 1.

Vectores

En física algunas cantidades se pueden representar mediante un valor y su correspondiente unidad (1 litro, 10 kilogramos). Estas cantidades se llaman escalares. Otras cantidades sin embargo necesitan de un valor y una dirección (por ejemplo el desplazamiento, la velocidad, la fuerza). Estas cantidades son vectores. La forma usual de representar los vectores es mediante flechas en donde la longitud representa la magnitud de la cantidad y la orientación es la dirección, en un determinado sistema de coordenadas. Los vectores se describen mediante componentes, que en dos dimensiones son dos.

Un sistema de coordenadas es el sistema cartesiano o sistema de coordenadas rectangular. En dos dimensiones se define el eje x positivo horizontal hacia la derecha y el eje y positivo vertical hacia arriba, ambos desde el origen. En este sistema de coordenadas, las componentes de cada vector son la proyección sobre el eje x (A_x) y sobre el eje y (A_y). Por ejemplo el vector A de la figura tiene componentes 3 en el eje x y 2 en el eje y. La forma de escribir entonces es **A** = (3; 2). También se puede escribir en forma de los vectores unitarios o versores ***i***, ***j***: **A**=3 ***i***+ 2***j.*** El verso ***i*** en un vector de magnitud 1 en la dirección del eje x y el versor ***j*** en un vector de magnitud 1 en la dirección del eje y. En 3 dimensiones además se tiene al versor **k** en la dirección z. En algunos textos y sobre todo en la escritura en el pizarrón los versores se representan $\breve{\mathbf{i}}$**,** $\breve{\mathbf{j}}$ y $\breve{\mathbf{k}}$, por la razón de que no se puede escribir en negrita. De la misma manera los vectores se suelen representar $\overline{\mathrm{A}}$, en lugar de **A.**

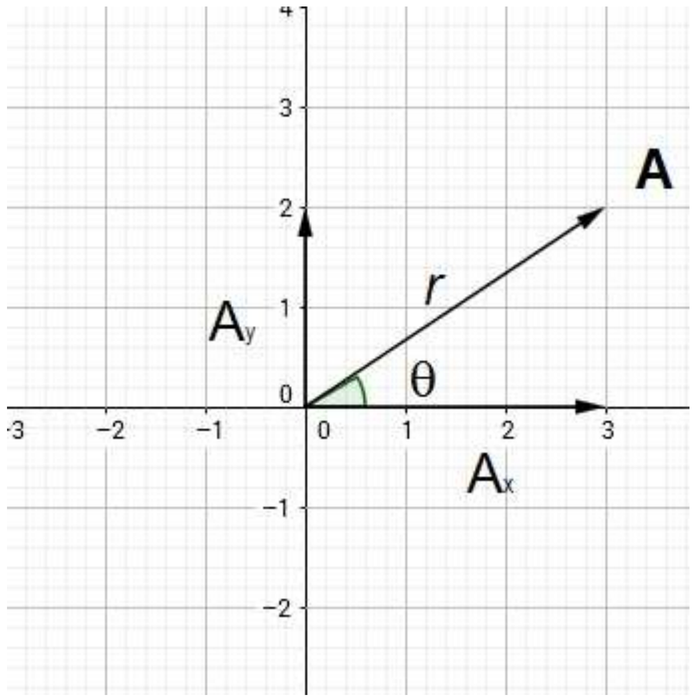
Una cantidad vectorial tiene entonces una magnitud, una dirección y un sentido.

La magnitud o módulo del vector **A** se puede escribir como $|\mathbf{A}|$ o *r*, y se puede calcular como

$$|\mathbf{A}| = r = \sqrt{(A_x)^2 + (A_y)^2}$$

VECTORES

SISTEMA DE COORDENADAS CARTESIANO



Otro sistema de coordenadas comúnmente usado es el sistema en coordenadas polares. En este sistema se utiliza el módulo del vector como fue definido anteriormente y el ángulo θ respecto al eje x, :

A=A_r ***r***+ A_θ $\boldsymbol{\theta}$, donde ***r*** y $\boldsymbol{\theta}$ son versores. La relación entre Ax, Ay, A_r y A_θ son:

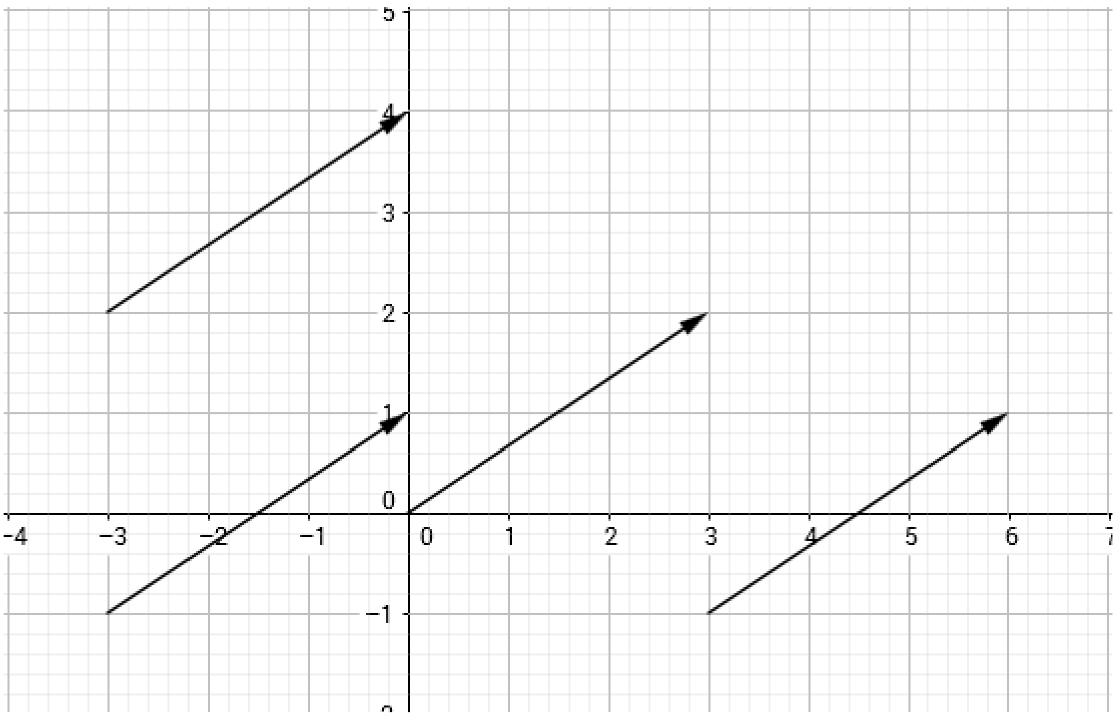
$$A_x = A_r \, cos\theta$$

$$A_y = A_r \, sen\theta$$

$$tan\theta = \frac{A_y}{A_x}$$

Con estas ecuaciones es posible pasar de un sistema de coordenadas a otro, dependiendo del problema.

Notar que los vectores mostrados en la figura siguiente son todos iguales porque tienen el mismo módulo y la misma dirección y sentido, aunque estén ubicados en diferentes posiciones. Cada vector puede ser considerado de alguna manera como una familia de vectores.



Para sumar un vector en coordenadas cartesianas se debe sumar componente a componente. La multiplicación de un escalar por un vector es también componente a componente. A continuación ejemplos:

A=3 ***i***+ 2***j***

B = -2 ***i***+ 2***j***

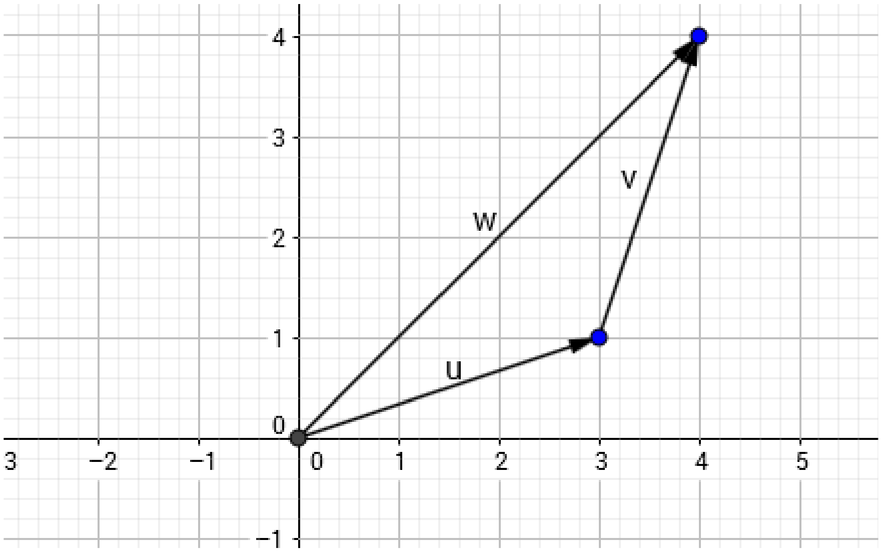
A + **B=** (3-2) ***i***+ (2+2)***j* = *i***+ 4***j***

5 **A** = 5 ***i***+ 5 . 2***j*** = 5 ***i***+ 10 ***j***

Método gráfico.

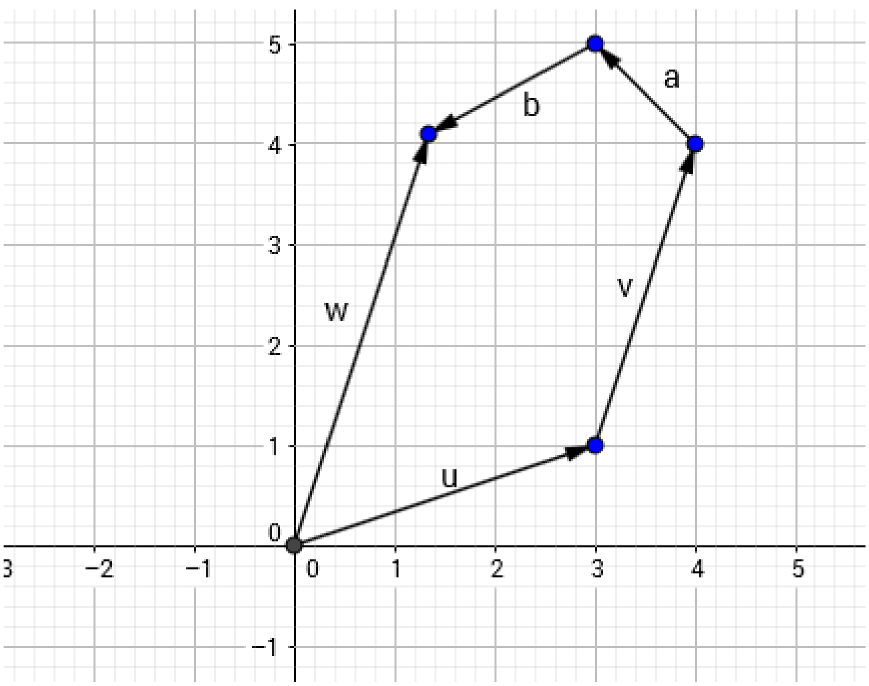
u= (3;1)   **v=** (1;3)

w= (4;4)



Ver más detalles en, por ejemplo, Cálculo (Purcell-Varberg)

Suma de más de dos vectores



Producto escalar.

Existen dos maneras de multiplicar vectores, uno es el producto escalar o producto punto, **cuyo resultado es un escalar.**

Se define como $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = u_x\, v_x + u_y\, v_y$

Otra forma de calcular es: $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = |\mathbf{u}|\,|\mathbf{v}| \cos \theta$

Donde θ es el ángulo comprendido entre ambos vectores. Si los vectores son perpendiculares el producto escalar es cero. Si los vectores son paralelos el producto escalar es máximo.

Producto vectorial

El producto vectorial o producto cruz, que se define a continuación, entrega como resultado **otro vector.** La forma de calcularlo es:

$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = u_y v_z - u_z v_y; u_z v_x - u_x v_z; u_x v_y - u_y v_x$

Una manera más fácil de recordar es mediante determinantes:

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \begin{vmatrix} \breve{\imath} & \breve{\jmath} & \breve{k} \\ u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} u_y & u_z \\ v_y & v_z \end{vmatrix} \breve{\imath} - \begin{vmatrix} u_x & u_z \\ v_x & v_z \end{vmatrix} \breve{\jmath} + \begin{vmatrix} u_x & u_y \\ v_x & v_y \end{vmatrix} \breve{k}$$

Donde el determinante $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a.d - b.c$

Notar que en este caso usamos un vector en 3 dimensiones (x, y, z) porque el producto vectorial entrega un vector que es perpendicular a los otros dos vectores. Por ejemplo si **u** es un vector dirigido en el eje *x* y **v** es un vector dirigido en el eje *y*, entonces **u** × **v** es un vector en el eje *z*.

La magnitud del producto vectorial se puede calcular de:

$|\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = |\mathbf{u}| |\mathbf{v}| \operatorname{sen} \theta$

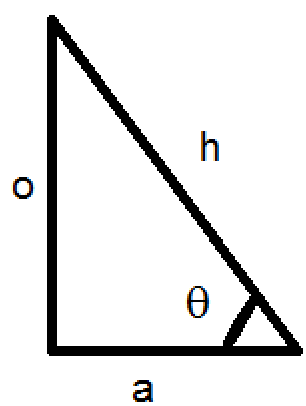
Identidades trigonométricas.

Dado el triángulo rectángulo de la figura se calcula el seno de θ como

seno θ = cateto opuesto/ hipotenusa

coseno θ = cateto adyacente/ hipotenusa

tangente θ = cateto opuesto/ cateto adyacente



Recordar que un ángulo se puede medir en grados sexagesimales (°), en el que se entiende que una circunferencia está dividida en 360°. Además, un grado se divide en 60 minutos (o 60´) y un minuto en 60 segundos (o 60’’).

Otra unidad de medición de ángulos es el radian. Un radian es igual al ángulo comprendido en una circunferencia cuando la longitud de arco es igual al radio. Una circunferencia completa subtiende un ángulo de 2 π radianes (entendiendo a π como 3.14…).

Para pasar de una unidad a otra entonces se debe tener en cuenta que π radianes equivale a 180°. Entonces un ángulo x° en grados equivale a π . x /180 en radianes. Por ejemplo 360° equivale a 2π radianes, 180° equivale a π radianes, 90° equivale a π/2 radianes.

Para pasar de *x rad* a grados sexagesimales se usa que x . 180/π en grados °. Por ejemplo 1 radian equivale a 57.296°.

Representación gráfica de seno y coseno